



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

[www.formav.co/explorer](http://www.formav.co/explorer)

**PROBLÈME 1 : MÉCANIQUE DES FLUIDES (10 points)**

Afin d'utiliser l'énergie géothermique d'une couche aquifère profonde, un puits de production a été creusé pour pomper le fluide.

Après son passage dans l'échangeur, le fluide refroidi est reinjecté dans la nappe. (cf. ci-dessous le schéma simplifié de l'installation)

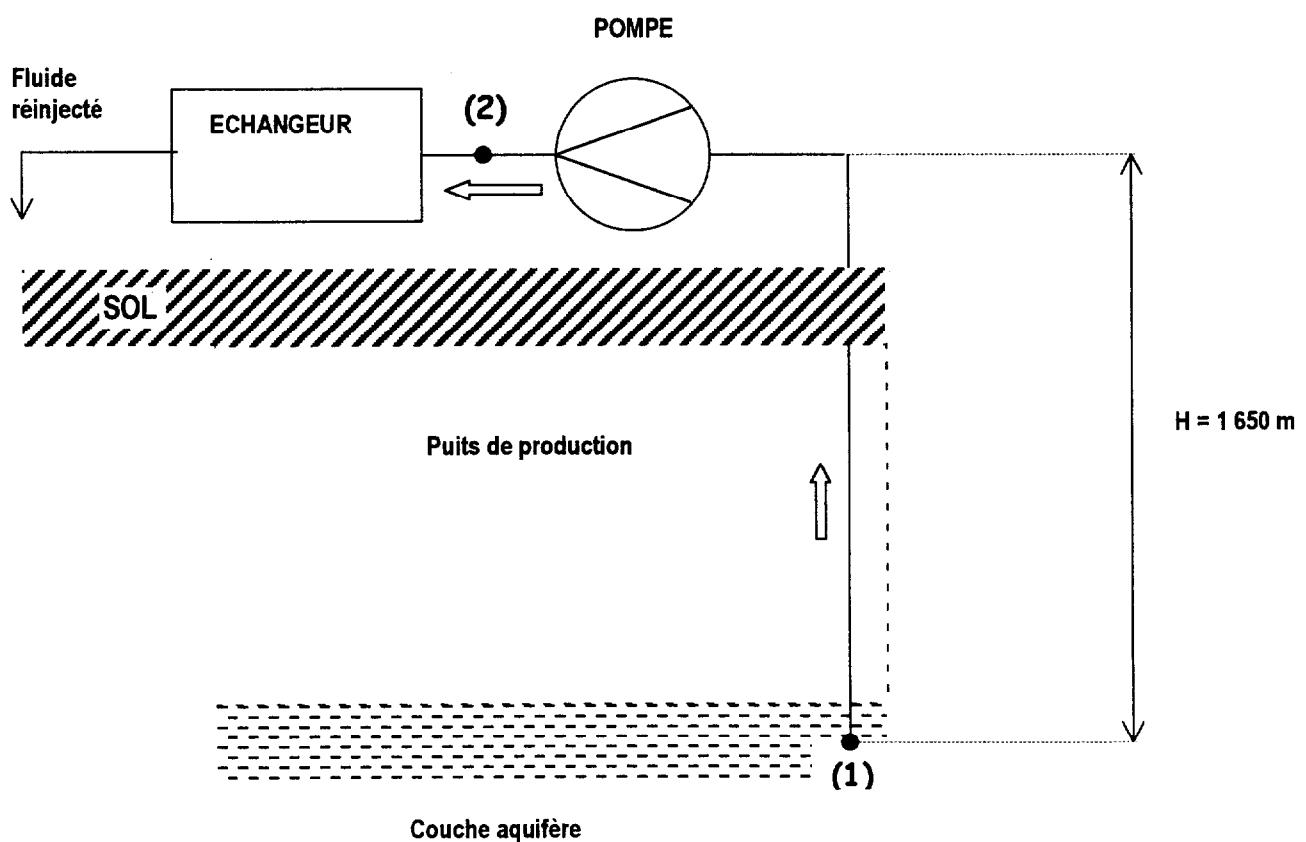
Le tubage entre les points (1) et (2) est réalisé en tube d'acier d'un diamètre  $d = 160 \text{ mm}$  sur une longueur de  $1\,650 \text{ m}$  et la rugosité absolue du tube est  $\varepsilon = 0,03 \text{ mm}$ .

Le fluide géothermal est une chaude saline de masse volumique  $\rho = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$  et de viscosité cinétique  $\nu = 4,80 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

Le débit prévu en période de pointe est  $Q = 250 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ .

La pression au fond du puits est  $P_1 = 170 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et la pression à l'entrée de l'échangeur est  $P_2 = 10 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

On prendra  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .



# GAPHYS

1 / Montrer que la vitesse d'ascension du fluide dans la canalisation est  $V = 3,45 \text{ m.s}^{-1}$ .

2 / Déterminer le nombre de Reynolds Re et indiquer la nature de l'écoulement.

3 / Quelle différence faites-vous entre pertes de charges régulières et pertes de charges singulières ?

4 / On rappelle que pour  $\text{Re} > 10^5$ , le coefficient de perte de charge linéaire est :

$$\lambda = 0,79 \sqrt{\frac{\epsilon}{d}}$$

Calculer les pertes de charges régulières pour la longueur de la tuyauterie.

5 / La perméabilité de la couche aquifère entraîne des pertes de charge singulières supplémentaires égales à  $2,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Calculer la puissance de la pompe. En déduire la puissance électrique consommée si son rendement est de 70 %.

## Données utiles :

- Équation de Bernoulli généralisée :

$$\frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2) + (P_2 - P_1) + \rho g(z_2 - z_1) = \frac{\Sigma P}{Q} - \Delta p$$

$\Sigma P$  désigne la somme des puissances échangées entre le fluide et le milieu extérieur à travers une machine.

- Nombre de Reynolds :  $Re = \frac{V \cdot d \cdot \rho}{\eta}$

$\eta$  désignant la viscosité dynamique du fluide.

- Pertes de charges régulières :  $\Delta p = \frac{\lambda \cdot \rho \cdot V^2 \cdot L}{2d}$

**PROBLÈME 2 : ÉLECTRICITÉ (10 points)****Installation électrique triphasée équilibrée.**

Un atelier est alimenté par le réseau triphasé (230 V / 400 V ; 50 Hz.)

Cet atelier est équipé du matériel électrique suivant :

- Un moteur asynchrone triphasé absorbant une puissance  $P_m = 3,8 \text{ kW}$ , de facteur de puissance  $\cos(\phi_m) = 0,65$ .
- Douze lampes absorbant chacune une puissance  $P_l = 100 \text{ W}$  et de tension nominale 230 V.

1- a) Sachant qu'un enroulement du moteur supporte en fonctionnement nominal une tension de 400 V, quel couplage des enroulements doit-on réaliser ? Justifier votre réponse.

b) Déterminer la valeur efficace du courant dans la ligne alimentant le moteur.

2- Les douze lampes et le moteur fonctionnent simultanément.

Calculer :

- a) La puissance active  $P_t$  consommée par l'installation.
- b) La puissance réactive  $Q_t$  consommée par l'installation.
- c) La puissance apparente  $S_t$  consommée par l'installation.
- d) La valeur de l'intensité efficace  $I$  du courant en ligne.

3- Calculer la valeur du facteur de puissance  $\cos(\phi_t)$  de l'installation.

4- On désire relever la valeur de ce facteur de puissance à la valeur  $\cos(\phi'_t) = 0,9$  en installant trois condensateurs couplés en triangle, ayant une capacité  $C = 13 \mu\text{F}$ .

- a) Dans quel but relève-t-on le facteur de puissance d'une installation ?
- b) Calculer la nouvelle valeur de l'intensité efficace  $I'$  du courant en ligne.
- c) Calculer la valeur de la puissance réactive  $Q_C$  consommée par les 3 condensateurs.

# **FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES**

---

## **SESSION 2000**

### **BTS : groupement B**

**AMENAGEMENT FINITION**

**ASSISTANCE TECHNIQUE D'INGENIEUR**

**BATIMENT**

**CHARPENTE-COUVERTURE**

**CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS**

**CONCEPTION ET REALISATION DE CARROSSERIES**

**CONSTRUCTIONS METALLIQUES**

**CONSTRUCTION NAVALE**

**DOMOTIQUE**

**ENVELOPPE DU BATIMENT : FACADES-ETANCHEITE**

**EQUIPEMENT TECHNIQUE-ENERGIE**

**ETUDES ET ECONOMIE DE LA CONSTRUCTION**

**GEOLOGIE APPLIQUEE**

**INDUSTRIES GRAPHIQUES : COMMUNICATION GRAPHIQUE**

**INDUSTRIES GRAPHIQUES : PRODUCTIQUE GRAPHIQUE**

**MAINTENANCE ET APRES-VENTE AUTOMOBILE**

**MAINTENANCE ET EXPLOITATION DES MATERIELS  
AERONAUTIQUES**

**MAINTENANCE INDUSTRIELLE**

**MECANIQUE ET AUTOMATISMES INDUSTRIELS**

**MICROTECHNIQUES**

**MOTEURS A COMBUSTION INTERNE**

**PRODUCTIQUE MECANIQUE**

**TRAITEMENT DES MATERIAUX**

**TRAVAUX PUBLICS**

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

## 1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \operatorname{ch} t = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \operatorname{sh} t = \frac{1}{2} (e^t - e^{-t})$$

$$e^{\alpha t} = e^{\alpha t} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } \alpha = \sigma + i\beta$$

## 2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTEGRAL

### a) Limites usuelles

#### Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

#### Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0 .$$

#### Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

## b) Dérivées et primitives

### Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
$e^t$	$e^t$	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha$ ( $\alpha \in \mathbb{R}$ )	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arc sin} t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\operatorname{Arc tan} t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$	$e^{at}$ ( $a \in \mathbb{C}$ )	$ae^{at}$

### Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^a)' = a u^{a-1} u'$$

### c) Calcul intégral

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

### d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{t^n}{n!} + t^n \epsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \cdots + (-1)^n t^n + t^n \epsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \epsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \epsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \epsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{2!} t^n + t^n \epsilon(t)$$

### e) Équations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où $G$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique : $ar^2 + br + c = 0$ de discriminant $\Delta$	Si $\Delta > 0$ , $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ ..... où $r_1$ et $r_2$ sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$ , $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{rt}$ ..... où $r$ est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$ , $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

### 3. PROBABILITES

a) Loi binomiale  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  où  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ;  $E(X) = np$  ;  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

$k \backslash \lambda$	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,335	0,271	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,184	0,251	0,271	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,126	0,180	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,168	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,101	0,156	0,176	0,161	0,128	0,092	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,050	0,104	0,146	0,161	0,149	0,122	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,022	0,060	0,104	0,138	0,149	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,008	0,030	0,065	0,103	0,130	0,140	0,132	0,113
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,132	0,125
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,119	0,125
11					0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,097
12						0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,073
13							0,000	0,001	0,014	0,030	0,050
14								0,000	0,002	0,017	0,032
15									0,001	0,003	0,035
16										0,000	0,011
17											0,002
18											0,006
19											0,013
20											0,003
21											0,007
22											0,004

c) Loi exponentielle

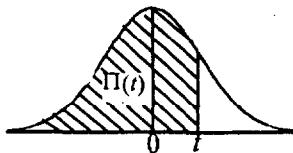
Fonction de fiabilité :  $R(t) = e^{-\lambda t}$   $E(X) = \frac{1}{\lambda}$  (M.T.B.F.)  $\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

**EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE  $\mathcal{N}(0,1)$**

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



$t$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE  $t$

$t$	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota :  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.