Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS GÉOLOGIE APPLIQUÉE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Démarrage d'un train à très haute vitesse et calcul d'aire (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btsga.fr/assets/annales/bts-ga/E2 - Mathématiques/2018/BTS GA - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3 -Sujet.pdf

1. Démarrage d’un train à très haute vitesse et calcul d’aire

Le départ d’un train à propulsion électromagnétique est étudié à partir d’une fonction qui modélise la distance parcourue en fonction du temps. Une seconde situation porte sur l’aire d’une pièce destinée à l’aménagement des gares, définie par une droite, une courbe et une symétrie.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

On écrit l’équation sous la forme fournie : $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. Ainsi, les solutions sur $[0, +\infty[$ sont $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche : $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. Cette expression est égale au membre de droite de l’équation : la fonction proposée est bien une solution particulière.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$, donc g est une solution particulière.

Question 3°. Déduire de la solution particulière et de l’équation homogène l’ensemble des solutions de y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète sont la somme d’une solution particulière et des solutions de l’équation homogène associée. En ajoutant $g(t) = -15t - 75$ à $ke^{0,2t}$, on obtient toutes les solutions, où k est réel.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la solution f de l’équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0, sachant que le wagon est au départ à l’instant t = 0.

La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. En remplaçant cette constante dans la solution générale, on obtient la fonction qui vérifie l’équation différentielle et la position initiale du wagon.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75 = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). Résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0 à partir des expressions de f et de f' données par le logiciel de calcul formel.

Le logiciel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Sur $[0, 3]$, on a $0,2t \geq 0$, donc $e^{0,2t} \geq 1$. Comme $15 > 0$, la dérivée est positive ou nulle sur tout l'intervalle, et elle s'annule en $t = 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec égalité en $t = 0$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de f sur l'intervalle [0, 3].

La dérivée est positive sur $]0, 3]$ et nulle en 0. La fonction est donc croissante sur $[0, 3]$, de $f(0) = 0$ à $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$.

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est croissante sur $[0, 3]$, de 0 à $75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

À une minute, la distance parcourue vaut $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. L'arrondi au dixième de kilomètre donne le résultat demandé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Au bout d'une minute, le wagon a parcouru **1,6 km**.

Question 3° a). À partir de f'(t), déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètre par minute, puis arrondir au dixième.

La vitesse est donnée par $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$, en km/min. Pour $t = 2$, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min. On arrondit au dixième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La vitesse à deux minutes est de **7,4 km/min**.

Question 3° b). Dire si l'objectif de vitesse fixé par les ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

L'objectif est d'atteindre 400 km/h avant deux minutes, soit $400/60 \approx 6,667$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min, soit environ $442,6$ km/h. La vitesse étant croissante, elle dépasse le seuil avant deux minutes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint : la vitesse dépasse **400 km/h avant deux minutes**.

Question 4°. Parmi les trois propositions, recopier l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La tangente en $t = 2$ s'écrit $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. En substituant $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$, on obtient la troisième proposition.

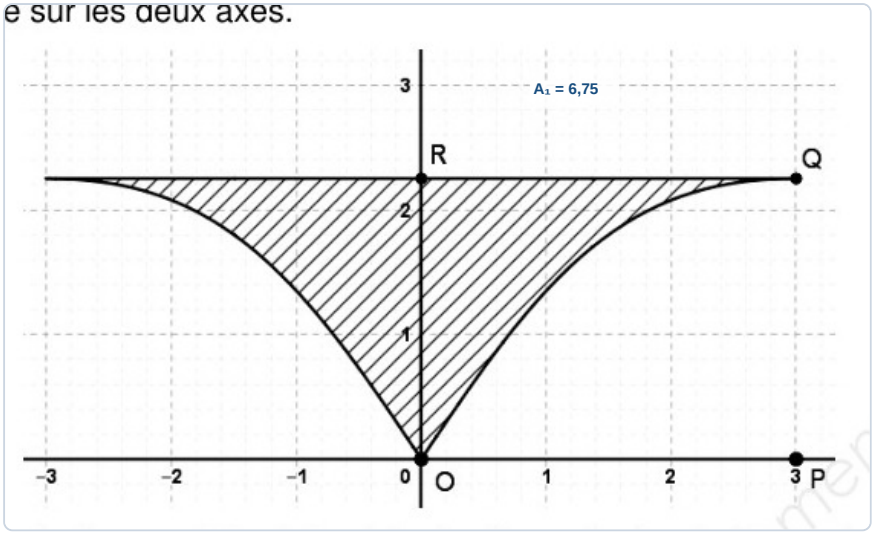
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du schéma, choisir parmi les propositions l'aire du rectangle OPQR, en unités d'aire.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a pour largeur $OP = 3$ et pour hauteur $OR = 2,25$. Son aire est donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire. Parmi les propositions, on retient cette valeur.

Aire du rectangle OPQR



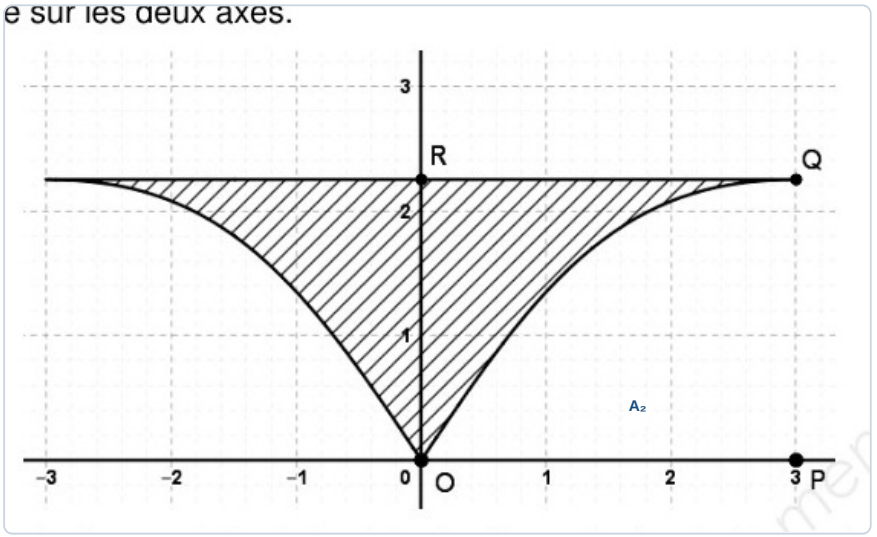
✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ unités d'aire.

Question 2°. Calculer l'aire comprise entre la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3, à l'aide de la primitive fournie.

Sur $[0,3]$, $g(x) \geq 0$, donc l'aire recherchée est $\int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2+9)$, on obtient $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln(18/9) = \frac{27}{4}\ln 2$.

Aire sous la courbe de g



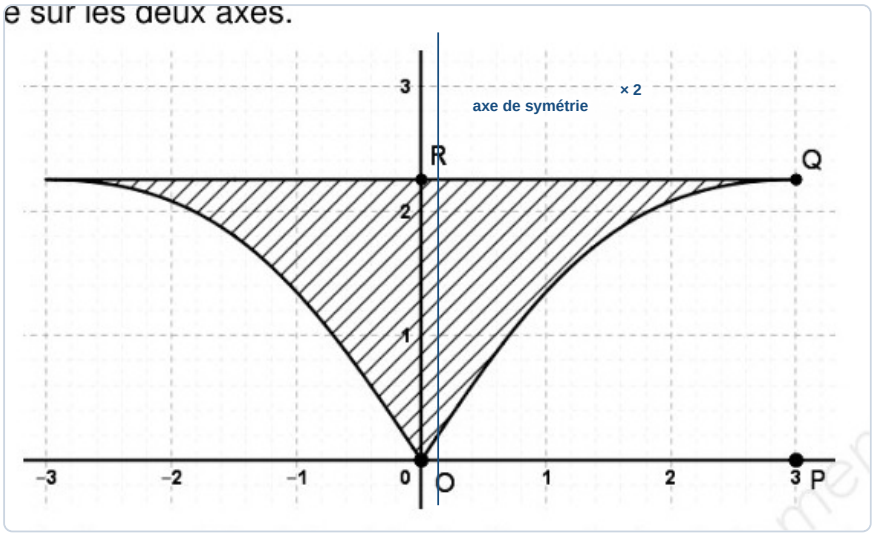
✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ unités d'aire.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire totale A de la partie hachurée, en tenant compte de la symétrie de la pièce, puis arrondir au millième.

Sur la moitié droite, l'aire hachurée est l'aire du rectangle moins l'aire sous la courbe. Par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

Symétrie de la pièce



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A \approx 4,143$ unités d'aire.

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie deux formes d'obsolescence sur une population de smartphones, puis la proportion d'appareils non réparables dans des lots du modèle A. Il se termine par un test bilatéral visant à vérifier, à partir d'un échantillon, une affirmation issue d'un sondage sur la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des proportions données pour l'obsolescence technique et logicielle dans une population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant les deux événements, avec les totaux.

Dans 200 smartphones, 3 % correspondent à 6 appareils touchés par T et 8 % à 16 appareils touchés par L. Parmi les 16 appareils touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2. Les autres effectifs se calculent par différence, puis on complète les totaux de chaque ligne et de chaque colonne.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs des quatre cases intérieures : 2, 4, 14 et 180.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant L.

L'énoncé donne directement la proportion de smartphones touchés par l'obsolescence technique, soit 3 %, et celle touchée par l'obsolescence logicielle, soit 8 %. Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont également touchés par T. Il s'agit précisément de la probabilité conditionnelle de T sachant L. En écriture décimale, ces proportions sont 0,03, 0,08 et 0,125.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle.

La probabilité d'être touché par les deux formes d'obsolescence se calcule à partir de la probabilité conditionnelle donnée dans l'énoncé. On utilise $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$, soit $0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$. On retrouve ce résultat avec le tableau : 2 smartphones sur 200 sont touchés simultanément par T et L.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0{,}01$.

Question 3° b). Calculer la probabilité $P(T \cup L)$ qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Être touché par au moins un type d'obsolescence signifie appartenir à T ou à L. La somme P(T) + P(L) compte deux fois les smartphones concernés par les deux formes ; il faut donc soustraire leur probabilité d'intersection. Ainsi, $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0{,}10$.

Question 3° c). Calculer P_T(L), probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité demandée est celle de L sachant T. Par définition, on divise la probabilité de l'intersection par la probabilité de T : $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0{,}01 / 0{,}03$. Le résultat est arrondi au millième, comme indiqué pour les probabilités de l'exercice.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque smartphone prélevé constitue un essai à deux issues : il est non réparable avec une probabilité de 0,045, ou réparable avec une probabilité de 0,955. Les prélèvements sont assimilés à des tirages avec remise, donc les essais sont indépendants et la probabilité reste constante. X compte le nombre de smartphones non réparables lors des 50 essais : c'est une variable binomiale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables lorsque le nombre de smartphones non réparables est nul, soit lorsque X = 0. Pour chaque appareil, la probabilité d'être réparable est 1 − 0,045 = 0,955. Les 50 tirages étant indépendants, la probabilité que les 50 appareils soient réparables est le produit de ces probabilités, soit $0{,}955^{50}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = 0) ≈ 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni et compléter le tableau avec les probabilités P(X = i) et les valeurs successives de S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque valeur de i, on calcule P(X = i) avec la loi binomiale de paramètres 50 et 0,045, puis on l'ajoute à la somme précédente. Le tableau donne les probabilités et les sommes successives, arrondies au millième. La valeur initiale S = 0 est remplacée dès le premier passage dans la boucle par P(X = 0).

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S après l'ajout	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte du lot de smartphones.

La boucle additionne les probabilités correspondant aux valeurs i = 0, 1, 2 et 3. La somme finale est donc P(X ≤ 3), c'est-à-dire la probabilité qu'un lot comporte au plus trois smartphones non réparables. D'après les calculs de la question précédente, cette probabilité vaut environ 0,813, soit un peu plus de 81 % des lots.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter cette valeur dans le contexte des lots de smartphones.

Pour une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Ce résultat ne signifie pas qu'un lot contient une fraction d'appareil : sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen de non-réparables est 2,25 par lot.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Parmi les valeurs proposées, choisir la valeur de h arrondie au centième telle que, sous H_0, l'intervalle [0,55 - h ; 0,55 + h] contienne la fréquence F avec une probabilité de 0,95.

Sous H_0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central de probabilité 0,95 correspond à environ 1,96 écart type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$, soit 0,07 au centième. La valeur à choisir est donc 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$h \approx 0{,}07$.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour les hypothèses $H_0 : p = 0{,}55$ et $H_1 : p \neq 0{,}55$.

Au seuil de 5 %, la règle bilatérale consiste à comparer la fréquence observée à l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec la valeur de h arrondie au centième choisie à la question précédente, cet intervalle est [0,55 − 0,07 ; 0,55 + 0,07].

- Si $0{,}48 \leq F \leq 0{,}62$, on ne rejette pas H_0.
- Si $F < 0{,}48$ ou $F > 0{,}62$, on rejette H_0 au profit de H_1.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si $0{,}48 \leq F \leq 0{,}62$; la rejeter sinon.

Question 3°. À partir des réponses de l'échantillon de 180 personnes, dont 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée, formuler la conclusion du test.

La fréquence observée est égale à 76 / 180, soit environ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de décision. Elle se situe donc dans la région de rejet : au seuil de 5 %, les données conduisent à rejeter l'hypothèse H_0 selon laquelle la proportion vaut 0,55.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 : la proportion observée est significativement inférieure à 0,55 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, code MATGRB1, durée deux heures; coefficient selon la spécialité, de 1 à 3. L'exercice 1 étudie le démarrage d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 évalue probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse autour de l'obsolescence des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - ay = b(t), la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.
- Le signe de f' détermine les variations de f, et la vitesse instantanée est la dérivée de la distance par rapport au temps.
- Pour une loi binomiale B(n,p), P(X=k)=C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et l'espérance vaut np.
- L'aire d'une région sous une courbe se calcule par une intégrale; exploiter la symétrie permet de reconstituer l'aire totale.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter l'intervalle de définition et présenter clairement le signe de la dérivée avant de dresser le tableau de variations.
- Vérifier les unités : une vitesse en km/min doit être comparée à une cible exprimée dans la même unité.
- Distinguer P(T sachant L) de P(L sachant T) et préciser les événements conditionnants.
- Pour le test, calculer la fréquence observée, appliquer la règle de décision et formuler une conclusion dans le contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans la partie sur les smartphones ?

Il faut identifier un nombre fixe de tirages, deux issues possibles par tirage, une probabilité de succès constante et des tirages indépendants. Ici, le stock est supposé assez important pour assimiler le prélèvement à des tirages avec remise.

Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle à partir du tableau d'effectifs ?

La probabilité de A sachant B se calcule en divisant l'effectif de A et B par l'effectif de B. Le dénominateur correspond donc toujours au total des cas où la condition B est réalisée.

Q : Comment organiser son temps pour cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et leurs parties sont indépendantes. Parcourez le sujet, répartissez le temps entre les thèmes, puis gardez quelques minutes pour vérifier les calculs, les unités et les arrondis demandés.

Q : Qu'attend-on dans la conclusion d'un test d'hypothèse ?

Il faut comparer la fréquence observée aux bornes de décision déterminées au seuil indiqué, puis dire si l'on rejette ou ne rejette pas l'hypothèse nulle. La conclusion doit rester liée à la question posée et ne pas prétendre prouver une hypothèse.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsga.fr/assets/annales/bts-ga/E2 - Mathématiques/2018/BTS GA - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Géologie Appliquée : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.