Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

PROBLÈME 1 : MÉCANIQUE DES FLUIDES (10 points)

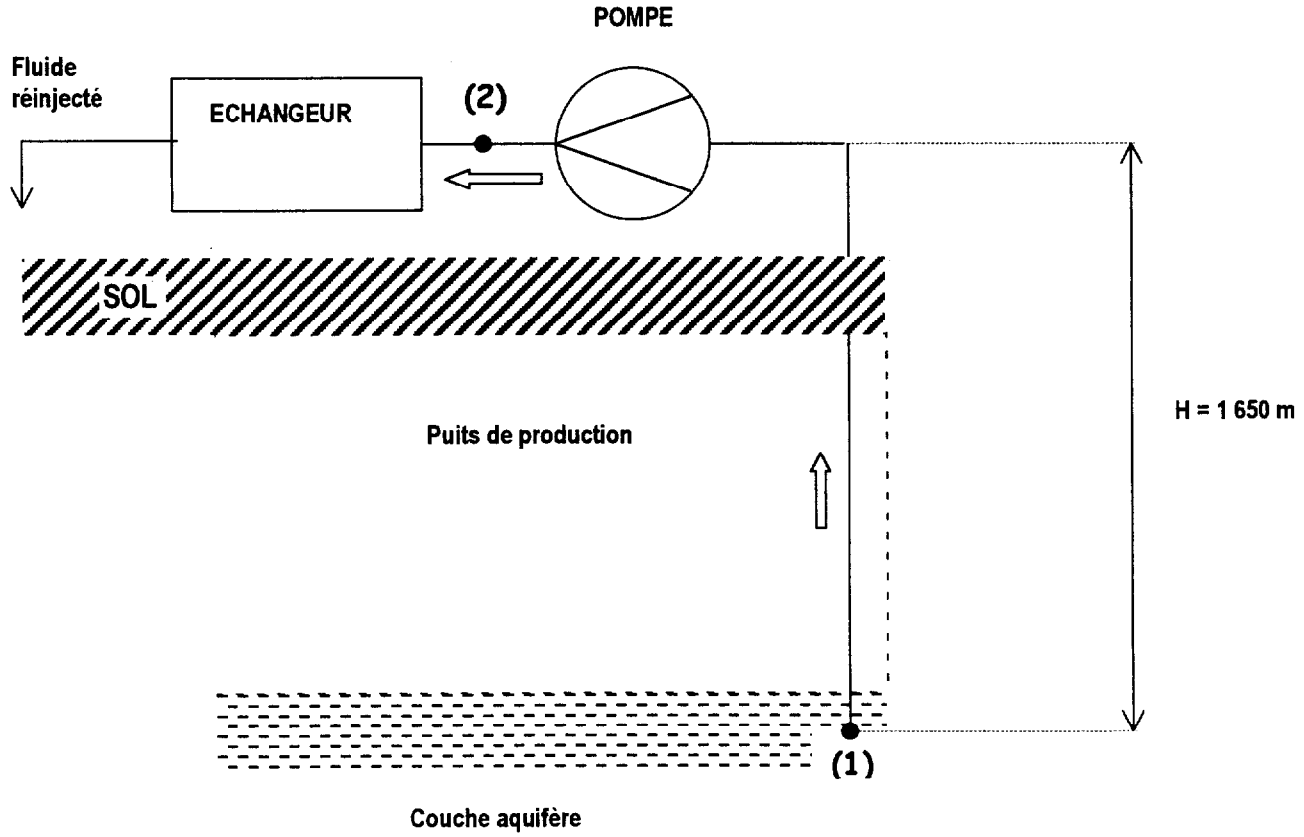
Afin d'utiliser l'énergie géothermique d'une couche aquifère profonde, un puits de production a été creusé pour pomper le fluide.
Après son passage dans l'échangeur, le fluide refroidi est reinjecté dans la nappe. (cf. ci-dessous le schéma simplifié de l'installation)

Le tubage entre les points **(1)** et **(2)** est réalisé en tube d'acier d'un diamètre d = 160 mm sur une longueur de 1 650 m et la rugosité absolue du tube est $\varepsilon = 0{,}03$ mm.

Le fluide géothermal est une chaude saline de masse volumique $\rho = 1\ 000\ kg.m^{-3}$ et de viscosité cinématique $\nu = 4{,}80.10^{-7}\ m^2\ s^{-1}$.

Le débit prévu en période de pointe est $Q = 250\ m^3.h^{-1}$.

La pression au fond du puits est $P_1 = 170.10^5$ Pa et la pression à l'entrée de l'échangeur est $P_2 = 10.10^5$ Pa.
On prendra $g = 10\ N.kg^{-1}$.



1 / Montrer que la vitesse d'ascension du fluide dans la canalisation est $V = 3{,}45\ m.s^{-1}$.

2 / Déterminer le nombre de Reynolds Re et indiquer la nature de l'écoulement.

3 / Quelle différence faites-vous entre pertes de charges régulières et pertes de charges singulières ?

4 / On rappelle que pour $Re > 10^5$, le coefficient de perte de charge linéaire est :

$$\lambda = 0{,}79\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$$

Calculer les pertes de charges régulières pour la longueur de la tuyauterie.

5 / La perméabilité de la couche aquifère entraîne des pertes de charge singulières supplémentaires égales à $2{,}9.10^5$ Pa.

Calculer la puissance de la pompe. En déduire la puissance électrique consommée si son rendement est de 70 %.

Données utiles :

- Equation de Bernoulli généralisée :

$$\frac{1}{2}\rho\left(V_2^{\,2} - V_1^{\,2}\right) + \left(P_2 - P_1\right) + \rho g\left(z_2 - z_1\right) = \frac{\Sigma P}{Q} - \Delta p$$

ΣP désigne la somme des puissances échangées entre le fluide et le milieu extérieur à travers une machine.

- Nombre de Reynolds : $Re = \dfrac{V.d.\rho}{\eta}$

  η désignant la viscosité dynamique du fluide.

- Pertes de charges régulières : $\Delta p = \dfrac{\lambda.\rho\, V^2.L}{2d}$

PROBLÈME 2 : ÉLECTRICITÉ (10 points)

Installation électrique triphasée équilibrée.

Un atelier est alimenté par le réseau triphasé (230 V / 400 V ; 50 Hz.)
Cet atelier est équipé du matériel électrique suivant :

- Un moteur asynchrone triphasé absorbant une puissance P_m = 3,8 kW, de facteur de puissance $\cos(\varphi_m) = 0,65$.
- Douze lampes absorbant chacune une puissance P_ℓ = 100 W et de tension nominale 230 V.

1- **a)** Sachant qu'un enroulement du moteur supporte en fonctionnement nominal une tension de 400 V, quel couplage des enroulements doit-on réaliser ? Justifier votre réponse.

b) Déterminer la valeur efficace du courant dans la ligne alimentant le moteur.

2- Les douze lampes et le moteur fonctionnent simultanément.
Calculer :

a) La puissance active Pt consommée par l'installation.

b) La puissance réactive Qt consommée par l'installation.

c) La puissance apparente St consommée par l'installation.

d) La valeur de l'intensité efficace I du courant en ligne.

3- Calculer la valeur du facteur de puissance $\cos(\varphi_t)$ de l'installation.

4- On désire relever la valeur de ce facteur de puissance à la valeur $\cos(\varphi'_t) = 0,9$ en installant trois condensateurs couplés en triangle, ayant une capacité C = 13 µF.

a) Dans quel but relève-t-on le facteur de puissance d'une installation ?

b) Calculer la nouvelle valeur de l'intensité efficace I ' du courant en ligne.

c) Calculer la valeur de la puissance réactive Q_C consommée par les 3 condensateurs.

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

SESSION 2000

BTS : groupement B

AMENAGEMENT FINITION

ASSISTANCE TECHNIQUE D'INGENIEUR

BATIMENT

CHARPENTE-COUVERTURE

CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS

CONCEPTION ET REALISATION DE CARROSSERIES

CONSTRUCTIONS METALLIQUES

CONSTRUCTION NAVALE

DOMOTIQUE

ENVELOPPE DU BATIMENT : FACADES-ETANCHEITE

EQUIPEMENT TECHNIQUE-ENERGIE

ETUDES ET ECONOMIE DE LA CONSTRUCTION

GEOLOGIE APPLIQUEE

INDUSTRIES GRAPHIQUES : COMMUNICATION GRAPHIQUE

INDUSTRIES GRAPHIQUES : PRODUCTIQUE GRAPHIQUE

MAINTENANCE ET APRES-VENTE AUTOMOBILE

MAINTENANCE ET EXPLOITATION DES MATERIELS AERONAUTIQUES

MAINTENANCE INDUSTRIELLE

MECANIQUE ET AUTOMATISMES INDUSTRIELS

MICROTECHNIQUES

MOTEURS A COMBUSTON INTERNE

PRODUCTIQUE MECANIQUE

TRAITEMENT DES MATERIAUX

TRAVAUX PUBLICS

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. *RELATIONS FONCTIONNELLES*

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right), \quad \operatorname{ch} t = \frac{1}{2}\left(e^{t} + e^{-t}\right)$$

$$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right), \quad \operatorname{sh} t = \frac{1}{2}\left(e^{t} - e^{-t}\right)$$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. *CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL*

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
e^t	e^t	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
t^α $(\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arc}\sin t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$	$\operatorname{Arc}\tan t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1+\tan^2 t$	e^{at} $(a \in \mathbb{C})$	ae^{at}

Opérations

$$(u+v)' = u'+v'$$
$$(ku)' = ku'$$
$$(uv)' = u'v+uv'$$
$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$$

$$(v\circ u)' = (v'\circ u)u'$$
$$\left(e^u\right)' = e^u u'$$
$$(\ln u)' = \frac{u'}{u},\ u \text{ à valeurs strictement positives}$$
$$\left(u^a\right)' = a\,u^{a-1}u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a\,,\,b]$:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\,v'(t)\,\mathrm{d}t = \left[u(t)v(t)\right]_a^b - \int_a^b u'(t)\,v(t)\,\mathrm{d}t$$

d) Développements limités

$$e^t = 1+\frac{t}{1!}+\frac{t^2}{2!}+\cdots+\frac{t^n}{n!}+t^n\varepsilon(t)$$
$$\frac{1}{1+t} = 1-t+t^2+\cdots+(-1)^n t^n+t^n\varepsilon(t)$$
$$\ln(1+t) = t-\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{t^n}{n}+t^n\varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!}-\frac{t^3}{3!}+\frac{t^5}{5!}+\cdots+(-1)^p\frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!}+t^{2p+1}\varepsilon(t)$$
$$\cos t = 1-\frac{t^2}{2!}+\frac{t^4}{4!}+\cdots+(-1)^p\frac{t^{2p}}{(2p)!}+t^{2p}\varepsilon(t)$$
$$(1+t)^\alpha = 1+\frac{\alpha}{1!}t+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n+t^n\varepsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)\,x'+b(t)\,x=0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$ax''+bx'+cx=0$ équation caractéristique : $ar^2+br+c=0$ de discriminant Δ	Si $\Delta>0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t}+\mu e^{r_2 t}$ ..... où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta=0$, $f(t) = (\lambda t+\mu)e^{rt}$ ..... où r est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta<0$, $f(t) = [\lambda\cos(\beta t)+\mu\sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha+i\beta$ et $r_2 = \alpha-i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. *PROBABILITES*

a) Loi binomiale $P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X)=np$; $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

$$E(X)=\lambda$$

$$V(X)=\lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) Loi exponentielle

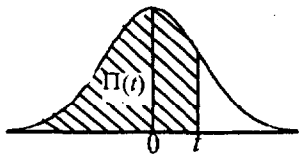
Fonction de fiabilité : $R(t)=e^{-\lambda t}$ $\quad E(X)=\frac{1}{\lambda}$ (M.T.B.F.) $\quad \sigma(X)=\frac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.